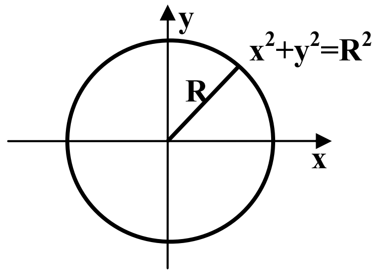
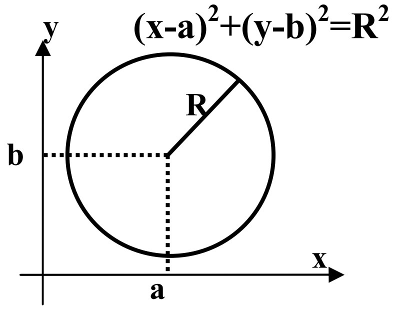
Çember

Merkezi orijinde, yarıçapı R olan çemberin denklemi, $\mathbf{x^2+y^2=R^2}$ ile verilir.

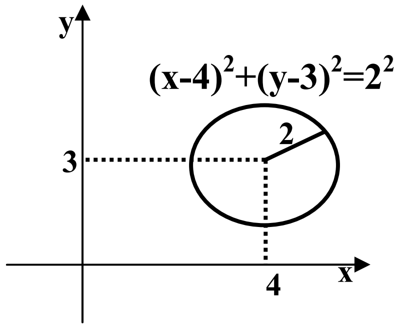


Merkezi A(a,b) noktasında (x=a, y=b) olan çemberin denklemi
$\mathbf{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}$ ile verilir.



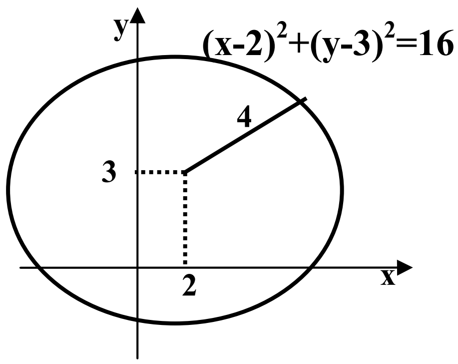
OR183)Merkezi A(4,3), noktasında yarıçapı 2 olan çember denklemini bulun.

Çözüm: a=4, b=3, $\mathbf{(x-4)^2+(y-3)^2=2^2}$



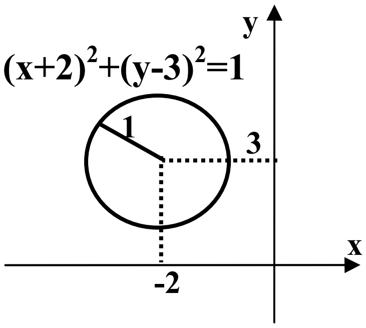
OR182)Merkezi A(2,3), noktasında yarıçapı 4 olan çember denklemini bulun.

Çözüm: a=2, b=3, $\mathbf{(x-2)^2+(y-3)^2=4^2}$

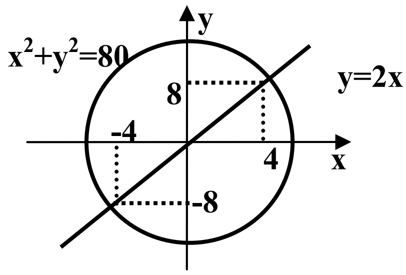


OR183)Merkezi A(-2,3), noktasında yarıçapı 1 olan çember denklemini bulun.

Çözüm: a=2, b=3, $\mathbf{(x-(-2))^2+(y-3)^2=1^2}$, → $\mathbf{(x+2)^2+(y-3)^2=1}$



OR184) $x^2+y^2=80$ çemberi ile y=2x doğrusunun kesişme noktalarını bulun.
Çözüm: iki denklemin ortak çözümü kesim noktalarını verecektir.
$x^2+y^2=80$ denkleminde y=2x koyalım ve denklemi çözelim.
$x^2+(2x)^2=80 \rightarrow 5x^2=80 \rightarrow x^2=80/5=16 \rightarrow x_1=4, x_2=-4,$
$x=x_1=4$ için $y_1=2x=8$
$x=x_2=-4$ için $y_2=2x=-8$
Çember ve dogru iki noktada kesişir. A(4,8), B(-4,-8) noktalarında kesişir.



$x_1=4$, $x_2=-4$, değerlerini bulduktan sonra, y_1 ve y_2 değerlerini çember denkleminden de bulabiliriz.
$x^2+y^2=80 \rightarrow (4)^2+y^2=80 \rightarrow y^2=80-16=64 \rightarrow y_1=8 \rightarrow y_2=-8$

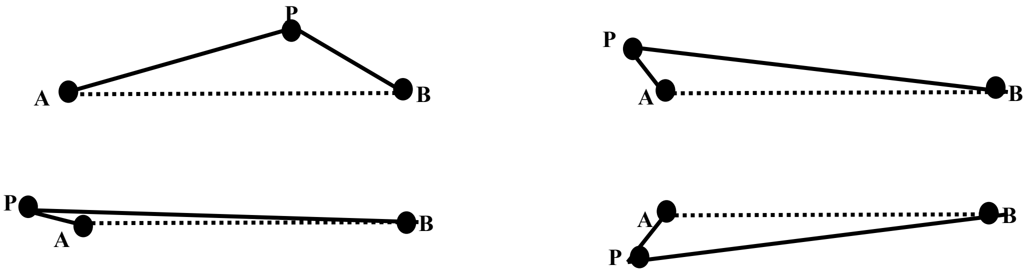
Elips Denklemi

mt02-240 mt03 mt30-129 mt43-69
mt48-401 elipsoide hacim

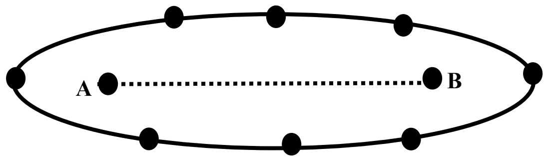
mt38-674 ayrıntılı resimli
mt39-682
mq02-420
mt47-46

Elips
A ve B noktalarına bir çivi çakıldığını varsayalım. Sabit uzunluktaki bir ip alalım. ipin uçlarını A ve B noktalarına bağlayalım. ip gergin olacak şekilde P noktasını hareket ettirelim. ipin uzunluğu sabit olduğundan PA+PB toplamı sabittir.

PA+PB=sabit=2a.

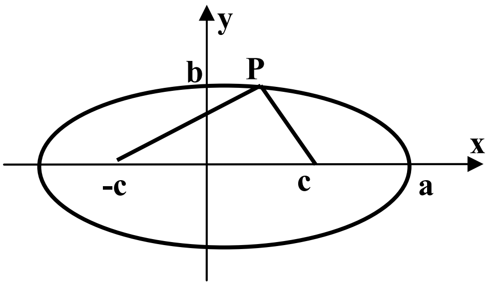


P noktasının bulunabileceği yerlerin geometrik yeri bir elipsi verir.

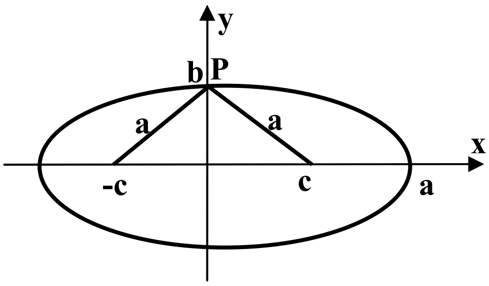


A ve B sabit noktalarına Elipsin **odak noktaları** denir.

x-y ekseninde elipsi gösterelim.



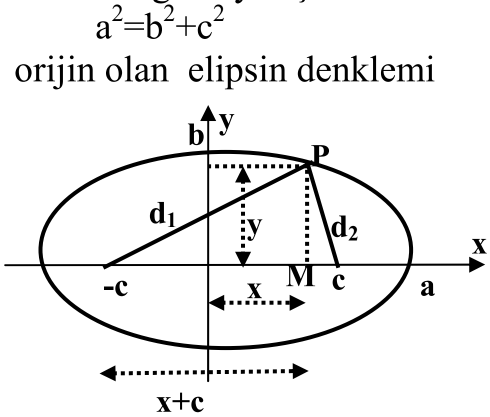
Burada -c,c elipsin odak noktalarıdır. Elipsin uzun eksenine asal eksen, kısa eksenine yedek eksen denir. şekilde asal eksen x ekseni boyunca, yedek eksen y ekseni boyuncadır.



y=b de olduğunu varsayalım. Bu durumda P ile odak noktaları arasındaki mesafe birbirine eşit ve ipin yari uzunluğu a ya eşit olacaktır. (Toplam uzunluk 2a)

$$a^2=b^2+c^2$$

Merkezi orijin olan elipsin denklemi



PM(-c) dik üçgeninde $(x+c)^2+y^2=d_1^2$

PM(c) dik üçgeninde $(c-x)^2+y^2=d_2^2$

$d_1+d_2=2a$

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(c-x)^2+y^2}=2a$$

Eşitliğin iki tarafının karesini alıp, $c^2=a^2-b^2$ koyalım. Bazı cebrik işlemlerden sonra

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

elde edilir.

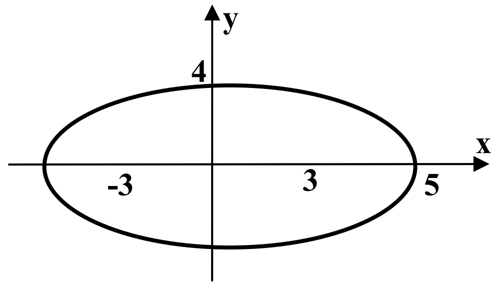
Merkezi $x=p$, $y=q$ olan elips denklemi.

$$\frac{(x-p)^2}{a^2}+\frac{(y-q)^2}{b^2}=1$$

OR191) Merkezi orijin olan, büyük ekseni a=5, küçük ekseni b=3 olan elips denklemi yazın. Odak noktasını bulun.

Çözüm: $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$, $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

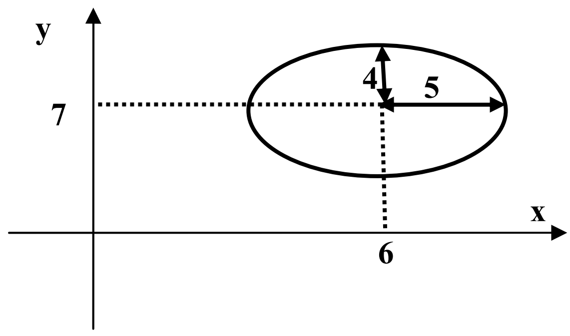
$c^2=a^2-b^2$, $\rightarrow$ $c^2=5^2-4^2=25-16=9$ $\rightarrow$ $c=3$



OR193) Merkezi A(6,7) noktası olan, büyük ekseni a=5, küçük ekseni b=3 olan elips denklemi yazın. Odak noktasını bulun.

Çözüm: $\frac{(x-6)^2}{5^2}+\frac{(y-7)^2}{4^2}=1$, $\frac{(x-6)^2}{25}+\frac{(y-7)^2}{16}=1$

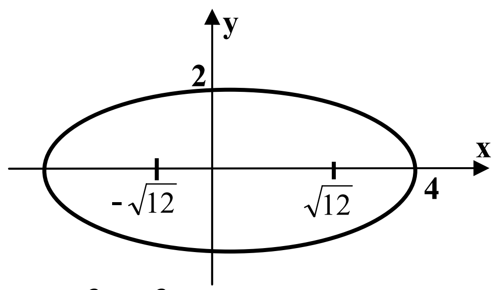
$c^2=a^2-b^2$, $\rightarrow$ $c^2=5^2-4^2=25-16=9$ $\rightarrow$ $c=3$



OR196) $4x^2+16y^2=64$ elipsinin büyük eksen, küçük eksen uzunluklarını, odak noktasını hesaplayın.

Çözüm: **$4x^2+16y^2=64$** iki tarafı 64 e bölelim.

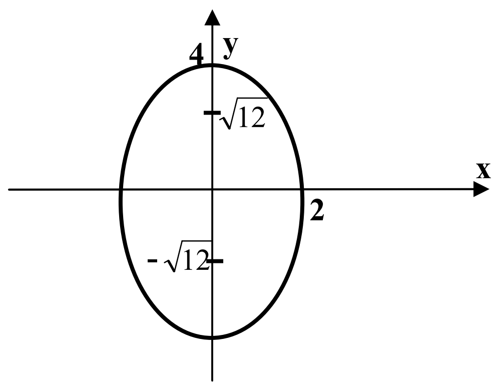
$$\frac{4x^2}{64}+\frac{16y^2}{64}=1 \;\rightarrow\; \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1 \quad \rightarrow a=4,\ \ b=2,\ \ c=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}$$



OR196) $16x^2+4y^2=64$ elipsinin büyük eksen, küçük eksen uzunluklarını, odak noktasını hesaplayın.

Çözüm: $16x^2+4y^2=64$ iki tarafı 64 e bölelim.

$$\frac{16x^2}{64}+\frac{4y^2}{64}=1 \;\rightarrow\; \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{16}=1 \quad \rightarrow a=2,\ \ b=4,\ \ c=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}$$



OR197) Odak noktalarının koordinatları A(1,3), B(9,3) olan, büyük eksen uzunluğu 2a=10 olan elips denklemini yazın.

Çözüm:

c=(9-1)/2=4 2a=10 a=5; $b=a^2-c^2=3$

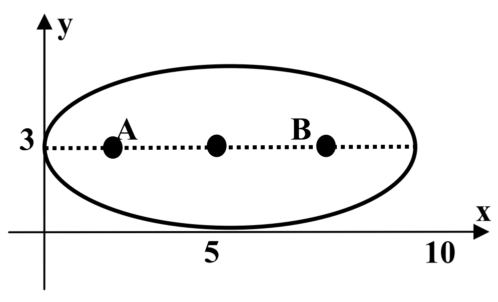
orijin $x_0=4+1=5$, $y_o=3$, (elipsin merkezi x=5, y=3)

üst $y=y_o+b=3+3=6$

alt $y=y_o-b=3-3=0$

sol $x=x_0-a=5-5=0$

sağ $x=x_0+a=5+5=10$

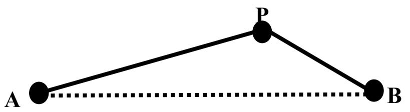


$$\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$$

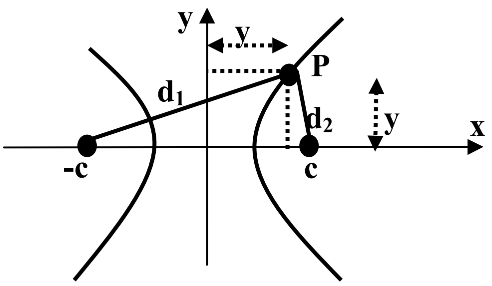
Hiperbol

Hiperbol PA-PB farkı sabit olan noktaların geometrik yeridir.

PA-PB=sabit=2a.



Hiperbolu x-y ekseninde gösterelim.



-c ve c noktaları hiperbolun odak noktalarıdır. Elipste olduğu gibi dik üçgen bağıntılarını kullanarak.

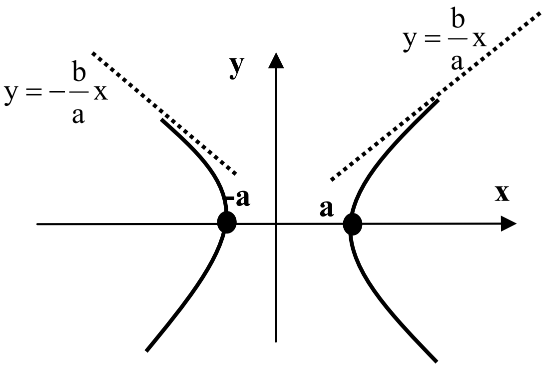
$d_1 - d_2 = 2a$ (sabit)

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(c-x)^2+y^2}=2a$$

yazabiliriz. eşitliğin iki tarafının karesini alalım, $c^2=a^2+b^2$ koyalım. Bazı cebrik işlemlerden sonra.

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

haline gelir. y=0 için → x=±a olur. Parabol x eksenini x=a ve x=-a noktalarında keser.



$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \rightarrow \left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)=\frac{y^2}{b^2} \rightarrow y^2=b^2\left(\frac{x^2}{a^2}-1\right)$$

$$y^2=\frac{b^2x^2}{a^2}\left(1-\frac{a^2}{x^2}\right) \rightarrow y=\pm\frac{bx}{a}\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}$$

x→∞için $\frac{a^2}{x^2}=0$ ve $y=\pm\frac{b}{a}x$ olur.

Bu da hiperbolun asimptotlarının $y = \pm \frac{b}{a} x$ olacağını gösterir

OR211) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hiperbolunun odak noktalarını, x eksenini kesim noktalarını, asimptotlarını bulun.

Çözüm $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, → y=0 için $\frac{x^2}{16} = 1$ → x=±4

a=4, b=3, → $c^2 = a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ → c=±5

Asimptotlar y=±(b/a)x=±(3/4)x