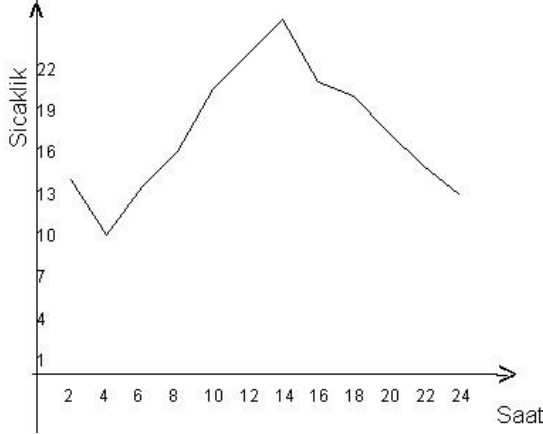


Random Process, Random function (Rasgele Süreçler, Rasgele fonksiyonlar).

İşaret isleme konulu kitaplarda $x(t)$ işareti dediğimizde zamana bağlı bir fonksiyon ifade kastedildiğini anlarız. Mesela oda sıcaklığının zamana bağlı değişimini aşağıdaki şekilde gösterimi.

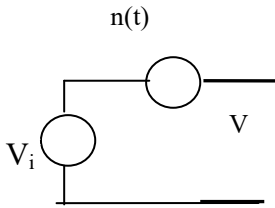


a) A şehrinde sıcaklığının günlük değişimi

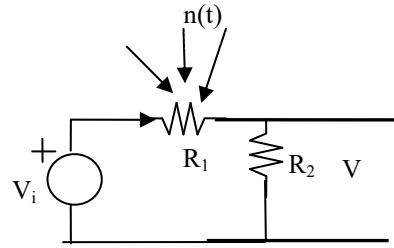
Rasgele süreçler $X(S,t)$, şeklinde ifade edilirler. [$X(S,t)$ Bazı kitaplarda [$X(t,S)$, $X(t,w)$ veya $X(w,t)$ şeklinde yazılmaktadır].

Burada t zamanı S rasgele sürecin bir örneğini ifade eder. Mesela S şehir olabilir. Bu durumda $X(t, \text{İstanbul})$, $X(t, \text{Ankara})$, $X(t, \text{Adana})$, gibi düşünebiliriz.

Mühendislik uygulamasını düşünürsek. Şekildeki devrede dışarıdan gürültü etkisi olmasa $n(t)=0$ olsa $V=V_i(t)$ olacaktır. $n(t)$ sıfırdan farklı ise $V=V_i(t) + n(t)$ olacaktır.



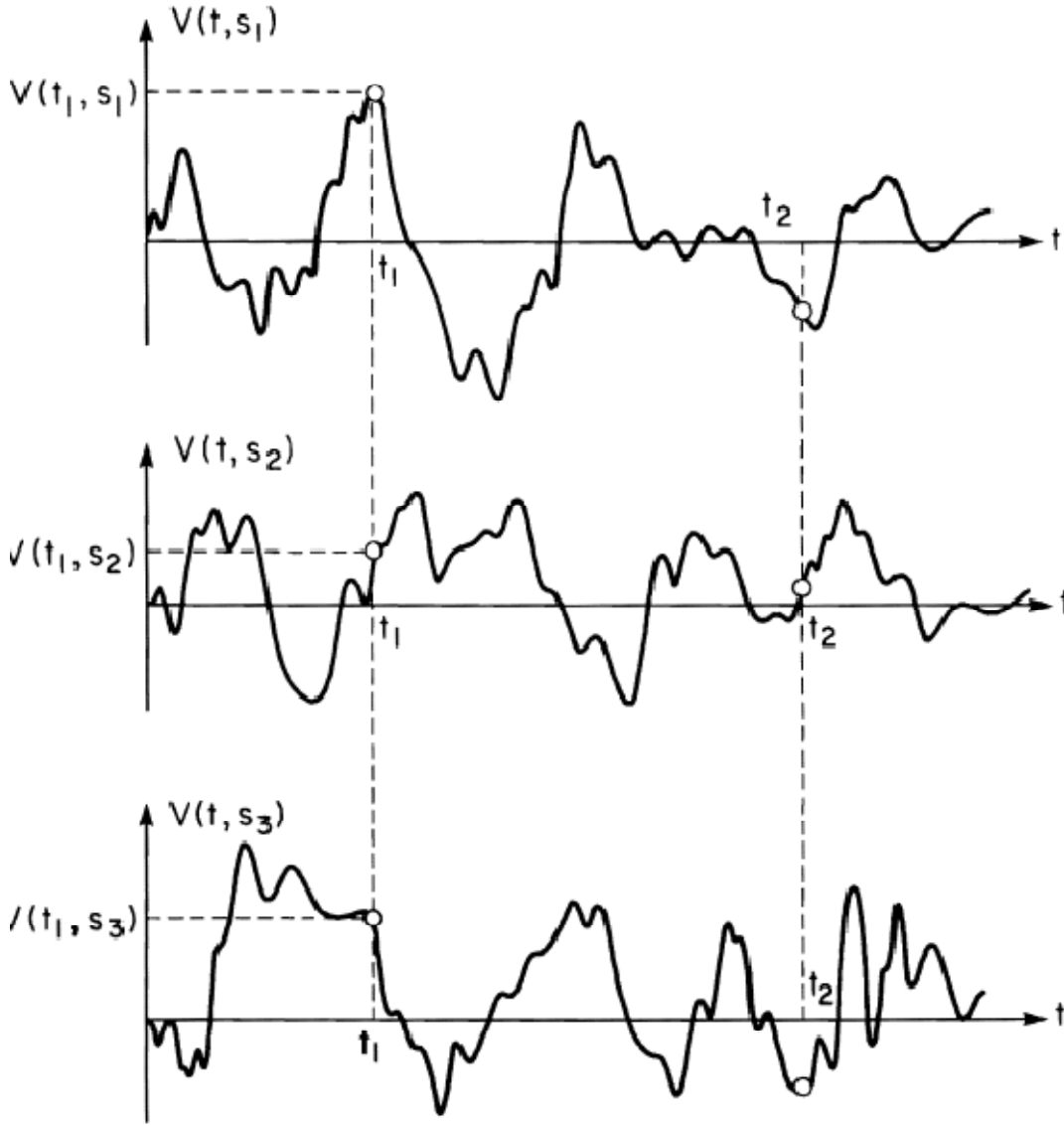
Rasgele Süreç (random proces)



Pratikte karşılaşılan durum

Eğer $n(t)$ rasgele işaret ise bu sistem bir random process ile ifade edilir. Bu durumda $X(t,S)$ fonksiyonundaki S ifadesi X in alabileceği (alma ihtimali olan) değerler kümesidir (örnek uzay).

Yukarıdaki sıcaklık grafiğinde değişik şehirler için örnek verdiğimiz kısım Rasgele işaretin alabileceği değerler kümesini (örnek uzay) ifade eder.



Olaya söyle bakabiliriz. $S=s_1$ işlemini, (surecini, procesini) dikkate alırsak $V(t)$ elektrik devresinden bildiğimiz zamana göre değişen bir gerilimi şeklini ifade eder. Öte yandan $t=t_1$ anını dikkate alırsak elimizde $V(t_1, s_1)=7.1$, $V(t_1, s_2)=3.5$, $V(t_1, s_3)=5.2$, değerler olur. Bu değerler örnek uzayı $\{-10, +10\}$ arası reel sayılar olan ve değeri $\{7.1, 3.5, 5.2\}$ olan bir olayı (event) ifade eder.

Hatırlatma iki para aynı anda atılırsa örnek uzay $S=\{YY, YT, TY, TT\}$, En az bir yazı bulunma olayı (event), $A=\{YY, YT, TY\}$, şeklinde olur.

Rasgele Süreçlerde olasılık fonksiyonları

Ortalama değer (mean)

$$\mu_X(t_k) = E[X(t_k)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{X(t_k)}(x) dx$$

autocorrelation function

$$R_X(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{X(t_1), X(t_2)}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

$f_{X(t_1), X(t_2)}(x_1, x_2)$: joint pdf of $X(t_1)$ ve $X(t_2)$

Ortalama Güç

$$P_X = E \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt \right] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_X(t, t) dt$$

$$P_X = \int_{-\infty}^{\infty} G_X(f) df, \quad G_X(f) \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E |X_T(f)|^2 \Leftrightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_X(t + \tau, t) dt$$