

Tanımlar

## Enerji Sinyali ve Güç Sinyali

### Enerji Sinyali (Energy type signal)

Eğer bir sinyalin enerjisi

$$0 < E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt < \infty.$$

şartını sağlıyorsa(enerjisi sinirli ise) bu sinyale enerji sinyali denir.

### Güç Sinyali (power-type signal)

Eğer bir sinyalin gücü

$$0 < P_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |s(t)|^2 dt < \infty$$

şartını sağlıyorsa (gücü sinirli ise) bu sinyale güç sinyali denir.

### Enerji ve Enerji Spektrumu

s(t) sinyalinin zaman domeninde ve frekans domeninde enerjisi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} E_s &= \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s^*(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f)e^{-j2\pi ft} df \right] dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft} dt \right] df = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f)S(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U_s(f)df \end{aligned}$$

Burada  $U_s(f)$  Enerji spektrumudur.

$$U_s(f) \triangleq |S(f)|^2$$

S(f): s(t) nin Furier donusumudur.

$$S(f)=F[s(t)]$$

### Parseval Teorem

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

### Güç ve Güç Spektrumu

s(t) sinyalinin zaman domeninde ve frekans domeninde enerjisi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$P_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |s(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |s_T(t)|^2 dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |S_T(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |S_T(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} G_s(f) df$$

Burada a  $G_s(f)$  güç spektrumudur.

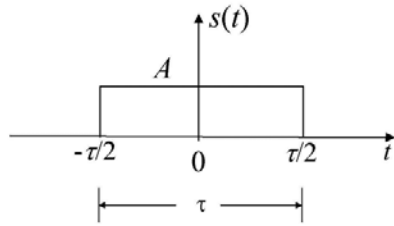
$$G_s(f) \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |S_T(f)|^2$$

$G_s(f)$  şu özelliği de sağlar.

$$G_s(f) \Leftrightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t+\tau) s^*(t) dt$$

### Enerji ve Güç Spektrum Örnekleri

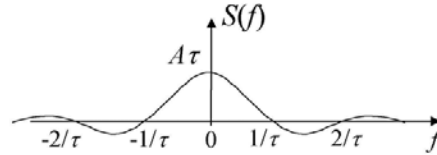
Dikdörtgen darbe işaretinin enerji spektrumu



$$s(t) = \begin{cases} A & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

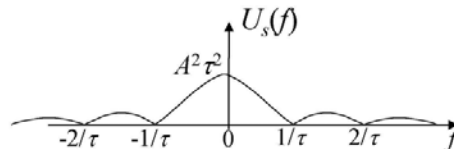
- Fourier spectrum:

$$S(f) = A\tau \text{sinc}(f\tau)$$



- Energy spectrum:

$$U_s(f) = |S(f)|^2 = A^2 \tau^2 \text{sinc}^2(f\tau)$$

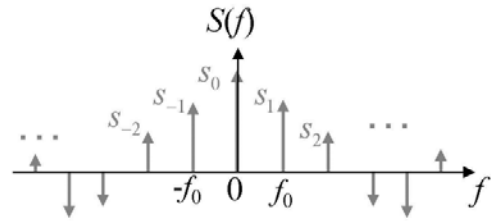


Periyodik bir işaretinin Güç spektrumu

For periodic signal  $s(t)$  with period  $T_0$ :  $s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n e^{j2\pi n f_0 t}$   $f_0 = 1/T_0$

- Fourier spectrum:

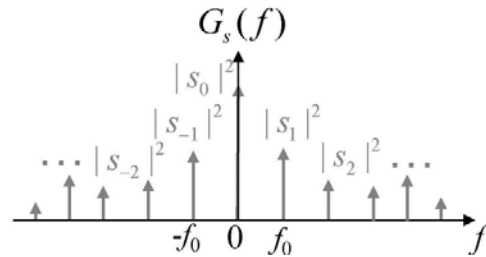
$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n \delta(f - n f_0)$$



- Power spectrum:

$$G_s(f) \Leftrightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t+\tau) s^*(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t+\tau) s^*(t) dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |s_n|^2 e^{j2\pi n f_0 \tau}$$

$$G_s(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |s_n|^2 \delta(f - n f_0)$$



## Rasgele işaretlerin Güç Spektrumu

Deterministik signal: Belirli signal. ( $x(t) = 10\cos(2t)$ ,  $t=4$  için değeri hesaplanabilir.)

Random signal: Rasgele sinyal. (Önceden kestirilemeyen sinyal)

### Time Domain

Deterministic signal  $s(t)$ :  $P_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |s(t)|^2 dt$

Random signal (described as a random process  $X(t)$ ):

$$P_X = E \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt \right] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_X(t, t) dt$$

### Frequency Domain

Deterministic signal:

$$P_s = \int_{-\infty}^{\infty} G_s(f) df, \quad G_s(f) \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |S_T(f)|^2 \Leftrightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t+\tau) s^*(t) dt$$

Random signal:

$$P_X = \int_{-\infty}^{\infty} G_X(f) df, \quad G_X(f) \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E |X_T(f)|^2 \Leftrightarrow \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_X(t+\tau, t) dt$$